前　　言

本书是王少杰、顾牡、吴天刚主编的“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材《新编基础物理学(上、下册)(第二版)》的配套教辅之一.

本书主要是对主教材中的习题进行了分析和解答.与前一版相比,一是调整和撤换了近1/5的习题,从而使学生通过作业更贴近工程实际和日常生活,并进一步提高他们分析问题和解决问题的能力.二是删去了几何光学部分的习题,并力求全书在物理符号上与主教材保持一致.

参加本书改编工作的有(按章节顺序):华北水利水电大学姜卫粉、同济大学浙江学院王理想、湖北汽车工业学院刘国营、河南农业大学豆根生、上海第二工业大学占美琼、大连海洋大学杨桂娟、唐德龙、同济大学吴天刚等老师.最后由主编吴天刚、杨桂娟统稿和定稿.

本书在改编过程中,始终得到同济大学王少杰、顾牡老师的关心和指导.科学出版社高教数理分社昌盛社长和窦京涛编辑为本书的出版付出了诸多心血,在此一并表示诚挚的谢意.

由于水平有限,不当和疏漏之处在所难免,敬请广大教师、读者批评指正.

编　者

2014年11月于同济大学

目　　录

第 1 篇　力　　学

第 1 章　质点运动学

【1-1】 一质点沿 x 轴运动，坐标与时间的变化关系为 $x=8t^3-6t$(m)，试计算：

(1) 质点在最初 2s 内的平均速度，2s 末的瞬时速度；

(2) 质点在 1s 末到 3s 末的平均加速度，3s 末的瞬时加速度.

【分析】 平均速度和瞬时速度的物理含义不同，分别用 $\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ 和 $v=\dfrac{dx}{dt}$ 求得；平均加速度和瞬时加速度的物理含义也不同，分别用 $\bar{a}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ 和 $a=\dfrac{dv}{dt}$ 求得.

解 (1) 在最初 2s 内的平均速度为

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x(2)-x(0)}{\Delta t}=\frac{(8\times 2^3-6\times 2)-0}{2}=26(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

2s 末质点的瞬时速度为

$$v_2=\frac{dx}{dt}=24t^2-6=90(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

(2) 1s 末到 3s 末的平均加速度为

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v(3)-v(1)}{\Delta t}=\frac{(24\times 3^2-6)-(24-6)}{2}=96(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

3s 末的瞬时加速度为

$$a_3=\frac{dv}{dt}=48t=144(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

【1-2】 一质点在 xOy 平面内运动，运动方程为 $x=2t$(m)，$y=4t^2-8$(m). 求：

(1) 质点的轨道方程并画出轨道曲线；

(2) $t=1$s 和 $t=2$s 时质点的位置、速度和加速度.

【分析】 将运动方程 x 和 y 的两个分量式消去参数 t，可得到质点的轨道方程. 写出质点的运动学方程 $\boldsymbol{r}(t)$ 的表达式. 对运动学方程求一阶导、二阶导得 $\boldsymbol{v}(t)$ 和 $\boldsymbol{a}(t)$，把时间代入可得某时刻质点的位置、速度、加速度.

解 (1) 由 $x=2t$，得 $t=\dfrac{x}{2}$，代入 $y=4t^2-8$ 可得：$y=x^2-8$，即轨道方程. 画图略.

(2) 质点的位置矢量可表示为

$$\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(4t^2-8)\boldsymbol{j}$$

则速度为

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=2\boldsymbol{i}+8t\boldsymbol{j}$$

加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=8\boldsymbol{j}$$

当 $t=1\mathrm{s}$ 时,有

$$\boldsymbol{r}=2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}(\mathrm{m}),\quad \boldsymbol{v}=2\boldsymbol{i}+8\boldsymbol{j}(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}),\quad \boldsymbol{a}=8\boldsymbol{j}(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})$$

当 $t=2\mathrm{s}$ 时,有

$$\boldsymbol{r}=4\boldsymbol{i}+8\boldsymbol{j}(\mathrm{m}),\quad \boldsymbol{v}=2\boldsymbol{i}+16\boldsymbol{j}(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}),\quad \boldsymbol{a}=8\boldsymbol{j}(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})$$

【1-3】 一质点的运动学方程为 $x=t^2$,$y=(t-1)^2$,x 和 y 均以 m 为单位,t 以 s 为单位. 求:

(1) 质点的轨迹方程;

(2) 在 $t=2\mathrm{s}$ 时质点的速度和加速度.

【分析】 同 1-2.

解 (1) 由题意可知:$x\geqslant 0$,$y\geqslant 0$,由 $x=t^2$,可得 $t=\sqrt{x}$,代入 $y=(t-1)^2$,整理得

$$\sqrt{y}=\sqrt{x}-1$$

即轨迹方程.

(2) 质点的运动方程可表示为

$$\boldsymbol{r}=t^2\boldsymbol{i}+(t-1)^2\boldsymbol{j}$$

则

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2t\boldsymbol{i}+2(t-1)\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$$

因此,当 $t=2\mathrm{s}$ 时,有

$$\boldsymbol{v}=4\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}),\quad \boldsymbol{a}=2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})$$

【1-4】 一枚从地面发射的火箭以 $20\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ 的加速度竖直上升 0.5min 后,燃料用完,于是像一个自由质点一样运动. 略去空气阻力并设 g 为常量,试求:

(1) 火箭达到的最大高度;

(2) 它从离开地面到再回到地面所经过的总时间.

【分析】 分段求解. 当 $0\leqslant t\leqslant 30\mathrm{s}$ 时,$a=20\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$,可求出 v_1、x_1;当 $t>30\mathrm{s}$ 时,$a=-g$,可求出 $v_2(t)$、$x_2(t)$. 当 $v_2=0$ 时,火箭达到的最大高度,求出 t、x. 再根据 $x=0$,求出总时间.

解 (1) 以地面为坐标原点,竖直向上为 x 轴正方向建立一维坐标系,设火箭在坐标原点时,$t=0\mathrm{s}$,且 $0.5\mathrm{min}=30\mathrm{s}$,则当 $0\leqslant t\leqslant 30\mathrm{s}$ 时,由 $a_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$,得

$$\int_0^{30}20\mathrm{d}t=\int_0^{v_x}\mathrm{d}v_x$$

解得

$$v_x=20t$$

当 $v_1=30\mathrm{s}$ 时

$$v_1=600\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

由 $v_x=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$,得

$$\int_0^{30} 20t\mathrm{d}t = \int_0^{x_1} \mathrm{d}x$$

则

$$x_1 = 9000\mathrm{m}$$

当火箭未落地，且 $t>30\mathrm{s}$ 时，又有

$$\int_{30}^{t} -9.8\mathrm{d}t = \int_{v_1}^{v_{x_2}} \mathrm{d}v_{x_2}$$

解得

$$v_{x_2} = 894 - 9.8t$$

同理，由 $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$得

$$\int_{30}^{t} (894 - 9.8t)\mathrm{d}t = \int_{x_1}^{x} \mathrm{d}x$$

解得

$$x = -4.9t^2 + 894t - 13410 \qquad ①$$

由 $v_{x_2}=0$，得 $t=91.2\mathrm{s}$，代入式①得

$$x_{\max} \approx 27.4\mathrm{km}$$

（2）由式①可知，当 $x=0$ 时，解得

$$\begin{cases} t_1 \approx 166\mathrm{s} \\ t_2 \approx 16\mathrm{s} < 30\mathrm{s} \quad (\text{舍去}) \end{cases}$$

【1-5】 质点沿直线运动，加速度 $a=4-t^2$，式中 a 的单位为 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$，t 的单位为 s，如果当 $t=3\mathrm{s}$ 时，$x=9\mathrm{m}$，$v=2\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，求质点的运动方程.

【分析】 本题属于第二类运动学问题，可通过积分方法求解.

解　由分析可知

$$\int_{v_0}^{v} \mathrm{d}v = \int_0^t a\mathrm{d}t = \int_0^t (4 - t^2)\mathrm{d}t$$

积分得

$$v = v_0 + 4t - \frac{1}{3}t^3$$

由

$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_0^t v\mathrm{d}t = \int_0^t \left(v_0 + 4t - \frac{1}{3}t^3\right)\mathrm{d}t$$

得

$$x = x_0 + v_0 t + 2t^2 - \frac{1}{12}t^4$$

将 $t=3\mathrm{s}$ 时，$x=9\mathrm{m}$，$v=2\mathrm{m\cdot s^{-1}}$代入上两式中得

$$v_0 = -1\mathrm{m\cdot s^{-1}}, \quad x_0 = 0.75\mathrm{m}$$

所以质点的运动方程为

$$x = 0.75 - t + 2t^2 - \frac{1}{12}t^4 (\mathrm{m})$$

【1-6】 一艘正在沿直线行驶的电艇，在发动机关闭后，其加速度方向与速度方向相反，大小与速度大小平方成正比，即 $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=-kv^2$，式中 k 为常量. 试证明电艇在关闭发动机后又行

驶 x 距离时的速度大小为 $v=v_0\mathrm{e}^{-kx}$,其中 v_0 是发动机关闭时的速度大小.

【分析】 要证明 $v\sim x$ 关系,可通过积分变量替换将时间变量替换掉,即 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=v\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$,积分即可证明.

证
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=-kv^2$$

分离变量得
$$\frac{\mathrm{d}v}{v}=-k\mathrm{d}x$$

两边积分
$$\int_{v_0}^{v}\frac{1}{v}\mathrm{d}v=-\int_0^x k\mathrm{d}x,\quad \ln\frac{v}{v_0}=-kx$$

证得
$$v=v_0\mathrm{e}^{-kx}$$

【1-7】 一质点沿半径为 R 的圆做圆周运动,运动学方程为 $s=v_0t+\dfrac{1}{2}bt^2$,其中 v_0、b 都是大于零的常量.求：

(1) t 时刻质点的加速度大小及方向;

(2) 在何时加速度大小等于 $\sqrt{2}b$.

【分析】 由质点在自然坐标系下的运动学方程 $s=s(t)$,可求出质点的运动速率 $v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$,而切向加速度 $a_\mathrm{t}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$,法向加速度 $a_\mathrm{n}=\dfrac{v^2}{\rho}$,总加速度 $a=\sqrt{a_\mathrm{t}^2+a_\mathrm{n}^2}$,当 $a=\sqrt{2}b$ 时,即可求出 t.

解 (1) 质点的运动速率为
$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v_0+bt$$

切向加速度为
$$a_\mathrm{t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=b$$

法向加速度为
$$a_\mathrm{n}=\frac{v^2}{\rho}=\frac{(v_0+bt)^2}{R}$$

加速度大小为
$$a=\sqrt{a_\mathrm{t}^2+a_\mathrm{n}^2}=\sqrt{b^2+\left[\frac{(v_0+bt)^2}{R}\right]^2}$$

方向为
$$\theta=\arctan\left(\frac{a_\mathrm{n}}{a_\mathrm{t}}\right)=\arctan\left[\frac{(v_0+bt)^2}{bR}\right]$$

(2) 当 $a=\sqrt{2}b$ 时,可得
$$b^2+\left[\frac{(v_0+bt)^2}{R}\right]^2=2b^2$$

解出

$$t=\frac{\sqrt{bR}-v_0}{b}$$

【1-8】 物体以初速度 $20\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 被抛出，抛射仰角为 $60°$，略去空气阻力，问：

(1) 物体开始运动后，1.5s 末其运动方向与水平方向的夹角是多少？2.5s 末的夹角又是多少？

(2) 物体抛出后经过多少时间，运动方向才与水平方向成 $45°$？这时物体的高度是多少？

(3) 在物体轨迹最高点处的曲率半径有多大？

(4) 在物体落地点处，轨迹的曲率半径有多大？

【分析】 (1) 建立坐标系，写出初速度 $\boldsymbol{v}_0$，求出 $\boldsymbol{v}(t)$、$\tan\theta$，代入 t 求解.

(2) 由(1)中的 $\tan\theta$ 关系，求出时间 t；再根据 y 方向的运动特征写出 $y(t)$，代入 t 求 y.

(3) 根据物体在轨迹最高点处，$v_y=0$，且加速度 $a=a_n=\dfrac{v^2}{\rho}=g$，可求出 ρ.

(4) 由对称性，落地点与抛射点的曲率相同 $a_n=g\cos\theta=\dfrac{v^2}{\rho}$，求出 ρ.

解 以水平向右为 x 轴正向，竖直向上为 y 轴正向建立二维坐标系.

(1) 初速度为

$$\boldsymbol{v}_0=20\cos 60°\boldsymbol{i}+20\sin 60°\boldsymbol{j}=10\boldsymbol{i}+10\sqrt{3}\boldsymbol{j}(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

加速度为

$$\boldsymbol{a}=-9.8\boldsymbol{j}(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

则任一时刻的速度为

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{a}t=10\boldsymbol{i}+(10\sqrt{3}-9.8t)\boldsymbol{j} \qquad ①$$

与水平方向夹角有

$$\tan\theta=\frac{10\sqrt{3}-9.8t}{10} \qquad ②$$

当 $t=1.5\mathrm{s}$ 时

$$\tan\theta=0.262,\quad \theta=14°41'$$

当 $t=2.5\mathrm{s}$ 时

$$\tan\theta=-0.718,\quad \theta=-35°41'$$

(2) 此时 $\tan\theta=1$，由式②得

$$t=0.75\mathrm{s}$$

物体的高度为

$$y=v_{0y}t-\frac{1}{2}gt^2=10\sqrt{3}\times0.75-\frac{1}{2}\times9.8\times0.75^2=10.23(\mathrm{m})$$

(3) 在最高处

$$v=10\mathrm{m\cdot s^{-1}},\quad a_n=\frac{v^2}{\rho}=g$$

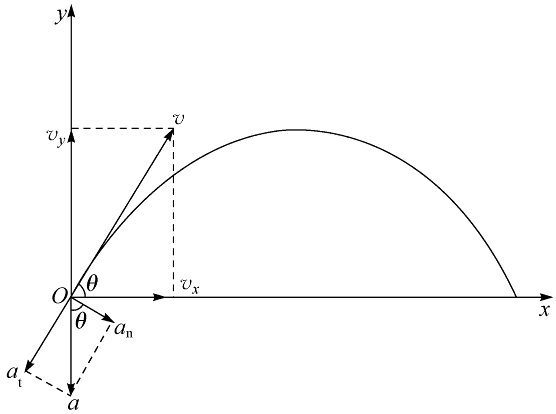
得

$$\rho=\frac{v^2}{g}=10.2\mathrm{m}$$

(4) 由对称性可知,落地点的曲率与抛射点的曲率相同. 由解图 1-8 得

$$a_n = a\cos\theta = g\cos\theta = g\,\frac{v_x}{v} = g\,\frac{10}{20} = 4.9(\mathrm{m \cdot s^{-2}})$$

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{400}{4.9} = 82(\mathrm{m})$$



解图 1-8

【1-9】 汽车在半径为 400m 的圆弧弯道上减速行驶,设在某一时刻,汽车的速率为 $10\mathrm{m \cdot s^{-1}}$,切向加速度的大小为 $0.2\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. 求汽车的法向加速度和总加速度的大小和方向.

【分析】 由某一位置的 ρ、v 求出法向加速度 a_n,再根据已知切向加速度 a_t,求出总加速度 $\boldsymbol{a}$ 的大小和方向.

解 法向加速度的大小为

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{10^2}{400} = 0.25(\mathrm{m \cdot s^{-2}})$$

方向指向圆心. 总加速度的大小为

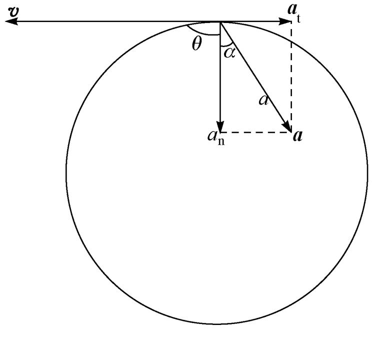
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{0.2^2 + 0.25^2} = 0.32(\mathrm{m \cdot s^{-2}})$$

由解图 1-9 得

$$\tan\alpha = \frac{a_t}{a_n} = 0.8, \quad \alpha = 38°40'$$

则总加速度与速度夹角为

$$\theta = 90° + \alpha = 128°40'$$



解图 1-9

【1-10】 质点在重力场中做斜上抛运动,初速度的大小为 v_0,与水平方向的夹角为 α. 求质点到达抛出点的同一高度时的切向加速度、法向加速度以及该时刻质点所在处轨迹的曲率半径(忽略空气阻力). 已知法向加速度与轨迹曲率半径之间的关系为 $a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$.

【分析】 在运动过程中,质点的总加速度 $a = g$. 由于无阻力作用,所以回落到抛出点高度时,质点的速度大小 $v = v_0$,其方向与水平线夹角也是 α,可求出 a_n,如解图 1-10

所示.再根据法向加速度与轨迹曲率半径的关系为 $a_n = \frac{v^2}{\rho}$,求出曲率半径.

解　切向加速度为

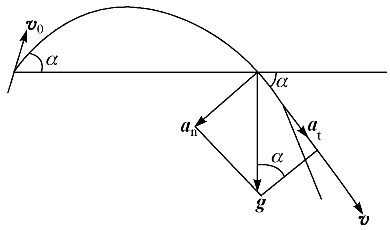
$$a_t = g\sin\alpha$$

法向加速度为

$$a_n = g\cos\alpha$$

因为 $a_n = \frac{v^2}{\rho}$,所以

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_0^2}{g\cos\alpha}$$



解图 1-10

【1-11】　在生物物理实验中用来分离不同种类的分子的超级离心机的转速为 $3.14\times10^3\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.在这种离心机的转子内,离轴 10cm 远的一个大分子的向心加速度是重力加速度的几倍?

【分析】　根据定义可得向心加速度的大小为 $a_n = \omega^2 r$.

解　所求倍数为

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \frac{(3.14\times10^3)^2\times0.1}{9.8} = 1.01\times10^5$$

【1-12】　一质点在半径为 0.10m 的圆周上运动,其角位置变化关系为 $\theta = 2 + 4t^3$ (rad).问:

(1) 在 $t = 2\mathrm{s}$ 时,质点的法向加速度和切向加速度大小各为多少?

(2) 当切向加速度大小恰等于总加速度大小的一半时,θ 值为多少?

(3) 在什么时刻,切向加速度和法向加速度恰好大小相等?

【分析】　本题为物体做圆周运动的角坐标表示下的第一类运动学问题,求导可得到角速度和角加速度,再由角量与线量的关系可求得切向加速度 a_t 和法向加速度 a_n.

解　(1) 角速度和角加速度分别为

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 12t^2,\quad \beta = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 24t$$

法向加速度为

$$a_n = r\omega^2 = 0.1\times(12t^2)^2 = 2.30\times10^2(\mathrm{m\cdot s^{-2}}) \qquad ①$$

切向加速度为

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\beta = 2.4t = 4.8(\mathrm{m\cdot s^{-2}}) \qquad ②$$

(2) 由 $a_t = a/2, a^2 = a_t^2 + a_n^2 = 4a_t^2$,得

$$3a_t^2 = a_n^2$$

将式①和式②代入上式可得

$$3\,(24rt)^2 = r^2\,(12t^2)^4$$

则

$$t^3 = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\theta = 2 + 4t^3 = 2 + 4\times\frac{\sqrt{3}}{6} = 3.15(\mathrm{rad})$$

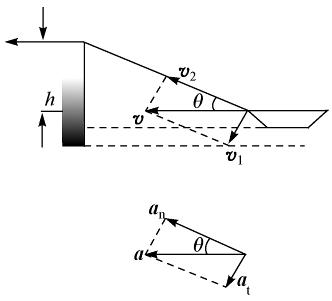
(3) 由 $a_n = a_t$，即 $r(12t^2)^2 = 24rt$，解得

$$t = 0.55\text{s}$$

【1-13】 离水面高度为 h 的岸上有人用绳索拉船靠岸，人以恒定速率 v_0 拉绳子，求当船离岸的距离为 s 时，船的速度和加速度的大小.

【分析】 收绳子速度和船速是两个不同的概念. 小船速度的方向为水平方向，由沿绳的分量与垂直绳的分量合成，沿绳方向的收绳速率恒为 v_0. 可由 v_0 求出船速 v 和垂直绳的分量 v_1，再根据 $a_n = \dfrac{v_1^2}{\rho}$ 关系，以及 a_n 与 a 关系求 a.

解 如解图 1-13 所示，小船速度沿绳的分量 $v_2 = v_0$，船速为 $v = v_2 \sec\theta$.



解图 1-13

当船离岸的距离为 s 时，船速为

$$v = v_0 \frac{\sqrt{s^2 + h^2}}{s}$$

船速垂直绳的分量为

$$v_1 = v_2 \tan\theta = \frac{v_0 h}{s}$$

则船的法向加速度为

$$a_n = \frac{v_1^2}{\rho} = \frac{v_1^2}{\sqrt{s^2 + h^2}} = a\cos\theta = a\frac{s}{\sqrt{s^2 + h^2}}$$

解得

$$a = \frac{v_0^2 h^2}{s^3}$$

【1-14】 A 船以 $30\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ 的速度向东航行，B 船以 $45\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ 的速度向正北航行，求 A 船上的人观察到的 B 船的速度和航向.

【分析】 关于相对运动，必须明确研究对象和参考系，同时要明确速度是相对哪个参照系而言. 画出速度矢量关系图求解.

解 如解图 1-14 所示，有

$$\boldsymbol{v}_A = 30\boldsymbol{i}(\text{km} \cdot \text{h}^{-1}), \quad \boldsymbol{v}_B = 45\boldsymbol{j}(\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$$

B 船相对于 A 船的速度为

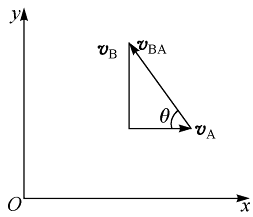
$$\boldsymbol{v}_{BA} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A = 45\boldsymbol{j} - 30\boldsymbol{i}(\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$$

则速度大小为

$$v_{BA} = \sqrt{v_B^2 + v_A^2} = 54.1\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$$

方向为

$$\theta = \arctan\frac{v_B}{v_A} = 56.3°$$



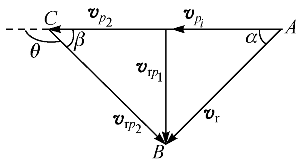
解图 1-14

即西偏北 56.3°.

【1-15】 一个人骑车以 $18\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ 的速率自东向西行进时，看见雨滴垂直落下，当他的速率增加至 $36\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ 时，看见雨滴与他前进的方向成 120°下落，求雨滴对地的速度.

【分析】 这是一个相对运动的问题，雨对地的速度不变，画出速度矢量图，就可根据几何关系求解.

解　如解图 1-15 所示，$\boldsymbol{v}_r$ 为雨对地的速度，$\boldsymbol{v}_{p_1}$、$\boldsymbol{v}_{p_2}$ 分别为第一次、第二次人对地的速度，$\boldsymbol{v}_{rp_1}$，$\boldsymbol{v}_{rp_2}$ 分别为第一次、第二次雨对人的速度，$\theta=120°$，由三角形全等的知识，可知



解图 1-15

$$\alpha=\beta=180°-120°=60°$$

三角形 ABC 为正三角形，则

$$v_r=v_{p_2}=36\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

方向竖直向下偏西 30°.

【1-16】　如题图 1-16 所示，一辆汽车在雨中以速率 v_1 沿直线行驶，下落雨滴的速度方向偏于竖直方向向车后方 θ 角，速率为 v_2，若车后有一长方形物体，问车速为多大时，此物体刚好不会被雨水淋湿？

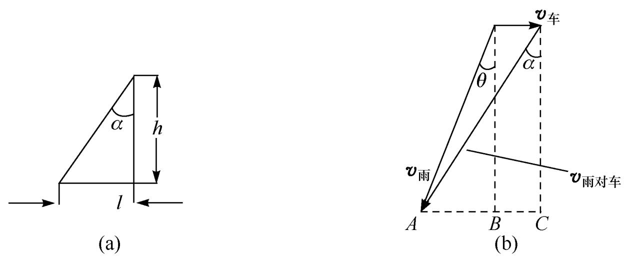
题图 1-16

【分析】　相对运动问题，画矢量关系图，由几何关系求解.

解　如解图 1-16(a)所示，车中物体与车篷之间的夹角为

$$\alpha=\arctan\frac{l}{h}$$

若 $\theta>\alpha$，则无论车速多大，物体均不会被雨水淋湿；若 $\theta<\alpha$，如解图 1-16(b)所示，则有



解图 1-16

$$v_车=|BC|=|AC|-|AB|=v_{雨对车}\sin\alpha-v_雨\sin\theta=v_雨\cos\theta\tan\alpha-v_雨\sin\theta$$

又因

$$v_雨=v_2$$

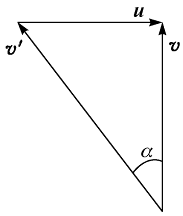
则

$$v_车=v_2\left(\frac{l\cos\theta}{h}-\sin\theta\right)$$

【1-17】　人能在静水中以 $1.10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的速度划船前进. 今欲横渡宽为 $1.00\times10^3\text{m}$、水流速度为 $0.55\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的大河. 若从出发点横渡该河而到达正对岸的一点，则应如何确定划行方向？船到达正对岸需多少时间？

【分析】　船到达对岸所需时间由船相对于岸的速度 $\boldsymbol{v}$ 决定，而 $\boldsymbol{v}$ 由水流速度 $\boldsymbol{u}$ 和船在静

水中划行速度$\boldsymbol{v}'$确定.画出矢量图,由几何关系求解.



解图 1-17

解 根据解图 1-17,有 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}'$,解得

$$\sin\alpha=\frac{u}{v'}=\frac{0.55}{1.10}=\frac{1}{2}$$

$$\alpha=30^\circ$$

即应沿与正对岸方向向上游偏 30°方向划行.船到达正对岸所需时间为

$$t=\frac{d}{v}=\frac{d}{v'\cos\alpha}=1.05\times10^{3}\,\mathrm{s}$$

【1-18】 一升降机以 $2g$ 的加速度从静止开始上升,在 2.0s 末时有一小钉从顶板下落,若升降机顶板到底板的距离 $h=2.0\mathrm{m}$,求钉子从顶板落到底板的时间 t,它与参考系的选取有关吗?

【分析】 选地面为参考系,分别列出螺钉与底板的运动方程,当螺丝落到地板上时,两物件的位置坐标相同,由此可求解.

解 如解图 1-18 所示建立坐标系,y 轴的原点取在钉子开始脱落时升降机的底板处,此时,升降机、钉子速度为 v_0,钉子脱落后对地的运动方程为

$$y_1=h+v_0t-\frac{1}{2}gt^2$$

升降机底板对地的运动方程为

$$y_2=v_0t+\frac{1}{2}\times2gt^2$$

且钉子落到底板时,有

$$y_1=y_2$$

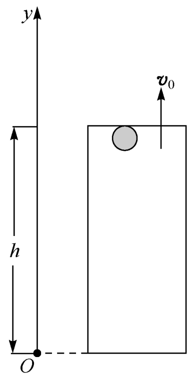
即

$$h+v_0t-\frac{1}{2}gt^2=v_0t+gt^2$$

解出

$$t=0.37\mathrm{s}$$

t 与参考系的选取无关.



解图 1-18